

Deux axes particulièrement importants mais complémentaires et non hiérarchisés  
Et pour lesquels il s'agit, à l'Ecole primaire, de permettre à chaque élève  
**d'utiliser ses PROCEDURES PERSONNELLES préparatoires**  
**aux PROCEDURES EXPERTES (rapidité + sécurité) rendues nécessaires par les obstacles successifs rencontrés**

**LE CALCUL**

**Calcul mental**

**calcul automatisé** = savoir simple ( $n < 10$ ) mais connu (tables +, x)  
**ex.  $4 + 2 = ?$**

**calcul réfléchi** = stratégie(s) de + en + complexe,  
préparatoires ou d'usage des techniques opératoires (+, -, x, /)

ex. compléments à 10, décomptage/sur-comptage  
 $53 + 226 + 14 = (226 + 14) + 53$

travail bref (5 à 15 mn), régulier, progressif = **rituel quotidien**

**Calcul posé** = techniques opératoires

ex. techniques soustractives :

technique reposant sur une autre écriture du premier terme

technique dite « de l'addition à trous »

technique de l'ajout simultané d'un même nombre

aux deux termes de la soustraction :  $a - b = (a+c) - (b+c)$

**Calcul instrumenté** = usage des calculatrices

**LA RESOLUTION DE PROBLEMES**

**Réinvestir des connaissances**

**Etre en situation de recherche =**

soit l'élève n'a pas de solution déjà éprouvée

soit, il y a plusieurs démarches de résolution possibles

travail décliné en séances traduisant les différentes phases d'un apprentissage

pour construire des procédures de résolution de problèmes :

lecture de l'énoncé, hypothèse et tests

démarches et procédures personnelles

raisonnement en différentes étapes de résolution

vérification par l'élève lui-même des résultats obtenus (auto-évaluation)

formulation écrite d'une réponse dans les termes du problème (lexique math)

explication de la méthode choisie, mise en débat, argumentation (synthèse collective)

si stabilisation d'une notion

= institutionnalisation d'un savoir

si situation de recherche nouvelle

= valoriser richesse et diversité des procédures

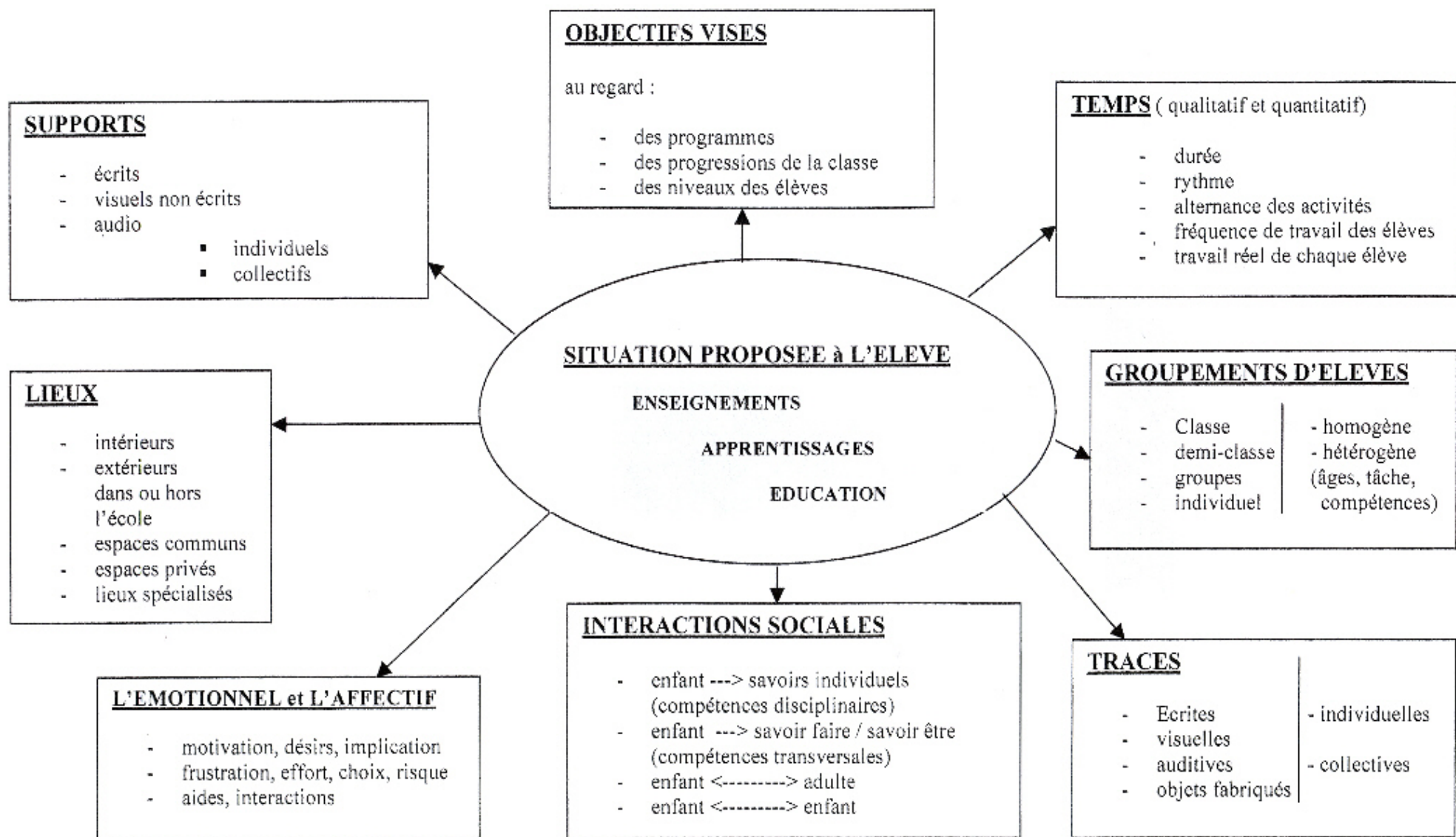
**NB : in doc. Accompagnement Programmes 2002 Ecole primaire : « Les mêmes notions en calcul et en résolution de problèmes sont proposées à l'Ecole et au Collège : ce sont les procédures de traitement qui évoluent puisqu'au Collège les procédures expertes doivent servir de point de départ au travail de l'élève. »**

**Elles doivent donc être connues et automatisées à la fin de l'Ecole primaire.**

## UNE SEQUENCE - DES SEANCES : L' ORGANISATION DES APPRENTISSAGES

Typologie des compétences cognitives (selon Benjamin S. BLOOM)	Typologie des objectifs pédagogiques	Typologie des séances en Ecole primaire
<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b><u>connaissance</u></b> cueillette de l'information : mots, faits</li> <li>- <b><u>compréhension</u></b> mettre en relation les éléments progressivement : règles arbitraires, ordre arbitraire, ordre logique, critères partagés, méthodes, concepts, théories</li> <li>- <b><u>application</u></b> utiliser les connaissances, ailleurs :     . l'information     . les méthodes, concepts, théories</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b><u>mobilisation</u></b> auto-recherche, questionnement dans son répertoire</li> <li>- <b><u>exploration</u></b> nourrie par des opérations repérées dans son quotidien</li> <li>- <b><u>situation-problème, conceptualisation</u></b> catégoriser le concret vers le concept repérer des méthodes pour y parvenir</li> <li>- <b><u>répétition</u></b> retravailler à l'identique la situation utilisée pendant la conceptualisation</li> <li>- <b><u>application</u></b> situation similaire (pas identique) à la situation de conceptualisation (ex ; mots ou chiffres nouveaux, mais raisonnement identique)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b><u>évaluation diagnostique</u></b> savoirs antérieurs représentations initiales</li> <li>- <b><u>découverte</u></b></li> <li>- <b><u>apprentissage</u></b></li> <li>- <b><u>entraînement</u></b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b><u>analyse</u></b> décomposer un problème complexe :     . y découvrir des éléments     . repérer les relations entre les éléments     . décliner les principes organisateurs</li> <li>- <b><u>synthèse</u></b> faire une production personnelle :     . expression, œuvre individuelle     . action, élaboration d'un plan d'action     . pensée, ensemble de relations abstraites</li> <li>- <b><u>évaluation</u></b> de sa production ou de celle d'autrui :     . en elle-même   . en référence à autre chose</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b><u>résolution de problèmes</u></b> mise en situation nouvelle (mots, chiffres et raisonnement) du concept, transpositions</li> <li>- <b><u>communication</u></b> émission ou réception du concept</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <b><u>approfondissement</u></b></li> <li>- <b><u>contrôle, évaluation</u></b></li> </ul>

## UNE SITUATION D'APPRENTISSAGE – DES VARIABLES



## RESOLUTION de PROBLEMES et synthèse collective

Moment essentiel de l'action didactique, toute mise en commun s'avère délicate à mener. Nous allons d'abord mettre en évidence les difficultés que peut rencontrer un enseignant dans cette phase de l'enseignement, de manière à pouvoir mieux préciser ce que nous en attendons. Ces difficultés se situent, en quelque sorte, dans des registres opposés.

### • Une présentation exhaustive et fastidieuse des productions

Il s'agit parfois d'un moment vécu par les maîtres et/ou ses élèves comme « obligé » et dont on ne voit guère l'intérêt. Pendant que le maître s'acharne en toute bonne conscience à une revue quasi exhaustive de ce que chacun a fait, les élèves, ne se sentant pas vraiment concernés par les productions de leurs camarades, ou ne pouvant pas l'être, s'ennuient. Les difficultés d'implication dans le travail d'autrui peuvent être de plusieurs sortes : certains élèves sont encore préoccupés par leur propre résolution dont ils cherchent avant tout la validité ; d'autres ont développé une démarche tellement éloignée de celles qui sont présentées qu'ils ne peuvent établir de lien entre les différentes solutions. Ce moment est vécu, dans ce cas, comme une sorte de rituel fastidieux, plus ou moins vide de sens, et certainement fort pauvre pédagogiquement.

### • Une correction

À l'inverse, après avoir donné un temps de recherche à ses élèves, le maître peut croire qu'il est de son devoir de remettre au plus vite les choses en place. Il conçoit alors la mise en commun comme l'occasion privilégiée de communiquer à l'ensemble du groupe-classe – enfin!... – « la » bonne solution, celle qu'il a prévue depuis le début de la séance. Mais, ce faisant, il se substitue totalement aux enfants dont il dénie le travail et la parole. Il distribue les critiques et les compliments, et confond, de fait, la mise en commun avec une « correction » (avec tout ce que le mot peut comporter de réducteur, voire de punitif). En imposant trop vite, ou en accueillant d'un regard trop bienveillant une procédure particulière, l'enseignant court-circuite, souvent même à son insu, l'intérêt majeur d'une mise en commun mais aussi, et ceci est certainement plus grave, le travail d'élaboration de connaissances visé par la « situation-problème ». Brutalement, en quelques instants, le maître transmet directement ces connaissances de façon magistrale ou provoque l'imitation de procédures dans un processus d'apprentissage par « procuration » dont il n'est la plupart du temps pas vraiment conscient.

### • La non-intervention

Averti de ces risques, l'enseignant peut encore tomber dans un autre piège, celui qui consiste à s'interdire toute intervention de manière à ne pas interférer avec la recherche des enfants. Il se tait, il se met en retrait total de la situation, laissant les élèves à eux-mêmes. Mais peut-on légitimement espérer que ces derniers exhibent alors spontanément leurs méthodologies, parviennent à communiquer leurs procédures originales, acceptent de ne pas redire ce qui vient d'être exprimé par un autre, et surtout deviennent capables de prendre du recul par rapport à la situation particulière qu'ils vien-

Il nous a semblé indispensable, devant les réelles difficultés que présente, pour tout enseignant, la gestion d'une mise en commun, d'en préciser, dans cet ouvrage, les objectifs et les limites et d'indiquer, chaque fois que cela nous a été possible, les stratégies les plus efficaces pour mener à bien cet exercice périlleux!

En fait, et nous pensons que cette première remarque permettra en partie d'éviter le formalisme évoqué précédemment, il faut d'abord comprendre qu'il n'existe pas une forme unique pour les mises en commun, pour la simple raison qu'elles n'ont pas toutes les mêmes fonctions. En effet, la fonction d'une mise en commun dépend en partie de l'objectif assigné à la situation proposée :

a) Si la situation est une **situation de recherche** très ouverte, nouvelle pour les élèves, dont l'objectif est principalement d'apprendre à chercher, on s'attend à ce que les enfants s'engagent dans des procédures très variées. La mise en commun peut avoir plusieurs fonctions :

- préciser à nouveau le contrat d'une situation de recherche ; il n'y a pas nécessairement une seule bonne solution (celle du leader de la classe), il faut essayer de formuler sa réponse par rapport à la question réellement posée, etc. ;

- revenir sur les contraintes de la situation particulière qui n'ont pas été intégralement respectées par certains enfants ;

- **mettre l'accent sur la richesse et la diversité des procédures employées**, sans en effectuer un relevé systématique, sans mépris des productions erronées ou valorisation excessive de procédures géniales mais marginales que les autres élèves peuvent difficilement s'approprier.

Le maître va donc tenter de dresser un tableau des procédures effectivement utilisées par ses élèves de manière à mettre en évidence et même à valoriser la multiplicité, voire l'originalité : « Vous voyez, on peut faire comme Arnaud, mais aussi comme Leïla. Il y a plusieurs façons de faire ». Il est important, dans ce cas, que le maître sache saisir l'occasion qui lui est offerte de développer des modes de pensée dits « divergents », indispensables à la créativité mathématique. Mais il lui faudra organiser la présentation et l'analyse des différentes procédures de façon rapide et dynamique pour conserver l'attention des élèves et ne pas les laisser, ce qui le conduirait à travailler seul au tableau!

b) À l'opposé, si la situation vise la **stabilisation d'une notion** ou d'une procédure experte, **la mise en commun est le moment même de l'institutionnalisation de ce savoir**. L'attention de tous les enfants doit être focalisée sur cet élément de savoir, de manière à ce qu'il devienne un repère sûr dont la parole du maître se fait l'écho : « pour comparer deux nombres, on regarde d'abord... ». C'est l'axe de la pensée convergente qui détermine ici le style de la mise en commun. Si les discours ne sont pas toujours efficaces et ne suffisent pas, il est des mots qui doivent être dits par le maître, de manière à permettre à chaque enfant de comprendre ce que l'on cherche à lui faire acquérir, de préciser ce qui vient d'être fait, d'adhérer aux moyens qui sont choisis pour cela, de mettre en évidence ce qui a de l'intérêt, ce qu'il faut retenir, ce sur quoi il faudra encore s'entraîner. Ces repères, fournis au bon moment, évitent aux élèves de se sentir menés sur des chemins diffus et dont ils ne distinguent jamais

### C. LECTURE D'ÉNONCÉS DE PROBLÈMES AU CYCLE 3 : QUELQUES PISTES.

**Tri de textes :** trier la partie informative de la partie injonctive.

Il s'agit d'affiner les observations pour découvrir le fonctionnement spécifique de ces deux parties...

On peut plus précisément s'interroger sur la structure et le sens de la phrase interrogative. Selon la forme de la question et le type de mot interrogatif, l'élève est plus ou moins guidé :

- soit il sait ce qu'il doit chercher : lecture dirigée de l'énoncé (distance, prix...)
- soit il doit d'abord trouver ce qu'il cherche : lecture « mathématique » de l'énoncé.

#### Questions de vérification de bonne lecture

Ces questions portent sur la compréhension littérale de l'énoncé.

- **Lecture sélective :** relire l'énoncé de manière sélective pour en tirer une donnée importante et utile pour la résolution du problème.
- **Lecture active :** relire l'énoncé pour se rendre compte qu'il ne permet pas de répondre à la question. Ces questions peuvent se situer avant les questions « mathématiques » afin d'éviter les erreurs de lecture, ou après, pour faciliter la prise de conscience d'une telle erreur.

#### Textes à trous

Suppression de mots d'une même classe grammaticale en fonction des difficultés de lecture posées par l'énoncé. Selon les mots supprimés, cette activité permet :

- une lecture globale de l'énoncé ;
- une construction du sens ;
- une prise d'indices sur les marques grammaticales ;
- une attention au vocabulaire ;

#### Reconstitutions d'énoncés portant sur un même thème

Cette activité vise la compréhension « textuelle » de l'énoncé :

- progression thématique ;
- substituts (dans la partie informative) ;
- ordre des questions (dans la partie injonctive) : entrée dans la compréhension « mathématique » ;

#### Phrases à compléter

Anticipation de la réponse attendue avant de lancer le travail en mathématiques : passer d'une phrase interrogative à une phrase déclarative.

## Lexique mathématique du cycle 2 au cycle 3

### Catégories de mots à distinguer en mathématiques

- Mots outils ou « petits mots ». Ex : *chaque*, *à* dans « 50 km à l'heure » ; *un* qui veut dire parfois *un et un seul*, les connecteurs logiques : *parce que*, *puisque*, *donc*, *y*, *en...*).
- Mots « irréguliers » (notamment à radical variable). Ex : *pièce* (« des livres coûtant 12 pièce ») ; *sommet* d'un triangle pas nécessairement en haut de la figure ; *droit* dans « trait droit », « angle droit » qui ne s'oppose pas à l'idée de *penché* comme souvent dans le langage courant.
- Mots avec un sens courant et un sens mathématique (polysémic).
- Verbes des consignes.
- Mots interrogatifs.

### Suggestions d'activités

- Ajouter tous ces mots, au fur et mesure de leur rencontre, au capital-mot à mémoriser (boîte à mots « maths »).
- Constituer un glossaire des verbes souvent rencontrés (calcule, trace, vérifie...), accompagnés de phrases contenant ces verbes et un exemple de résolution.
- Repérer ces mots dans le contexte et comprendre les mots essentiels à la compréhension en mathématiques.
- Afficher une liste de mots-outils fréquents dans des phrases repère « mathématiques ».
- Rattacher les déterminants aux noms, les pronoms sujets aux verbes.
- Repérer les marques de genre et de nombre dans les mots variables comme indice pour le sens.
- Faire des substitutions de mots avec des étiquettes à replacer ou des textes à trous.
- Faire des activités de copie des mots fréquemment rencontrés ou polysémiques en mathématiques.
- Faire des jeux poétiques avec les mots polysémiques.
- Chercher dans un dictionnaire, dans une liste ou dans un texte :
  - des mots de même sens
  - des mots de sens contraire
  - la définition d'un mot
  - les différents sens d'un mot
  - un exemple d'emploi d'un mot (dans une phrase)
  - des mots de la même famille
- Relever et classer des mots en utilisant des critères variables (sémantiques, morphologiques, classe grammaticale).

### Apprentissage lexical : la composition savante des mots

- Réunir un corpus de mots découverts en mathématiques.
- Classer ces mots selon la manière dont ils ont été « fabriqués ».
- Découvrir le sens des parties des mots en utilisant des dictionnaires.

Document de base :

<http://a.camenisch.free.fr/pe2/disciplines/maths.htm#lexique>

[Retour](#)

## PROCEDURES DE RESOLUTIONS D'UN PROBLEME MATHEMATIQUE

- Les compétences arithmétiques se construisent en partie dans la continuité avec les expériences quotidiennes (lorsque le quotidien confronte à des problèmes numériques), mais également à l'école lorsque celle-ci amène l'élève à réfléchir sur des problèmes qui simulent la vie quotidienne.
- On peut distinguer trois niveaux de résolutions des problèmes qui diffèrent suivant l'âge des enfants, le progrès se faisant en passant d'un niveau à l'autre. Mais pour parvenir au troisième niveau de résolution, l'élève doit rompre avec l'expérience quotidienne.
- Les deux premiers niveaux de résolution requièrent des procédures personnelles, le troisième niveau requiert une procédure experte.
- Exemple d'un problème dit de soustraction :

Eric a 28 billes.  
Il va en récréation et il gagne des billes.  
Maintenant il a 54 billes.  
Combien a-t-il gagné de billes ?

- Au 1<sup>er</sup> niveau, l'enfant peut :  
Dessiner 28 billes d'une certaine couleur.  
Ajouter d'une autre couleur des billes pour arriver à 54.  
Compter le nombre de billes de la seconde couleur.  
*Problème de recherche d'un ajout*
- Au 2<sup>ème</sup> niveau, l'enfant peut :  
Tester des hypothèses :  
« Eric a 28 billes au départ.  $28+30$  ça fait 58. C'est trop, ce n'est pas 30 billes.  $28+25$ , ça fait 53, c'est presque 25, il a gagné 26 billes. »  
*Problème utilisant l'addition à trou*
- Au 3<sup>ème</sup> niveau, l'enfant, après une première lecture de l'énoncé, reconnaît presque immédiatement ce problème comme un problème appartenant à la catégorie des problèmes de soustraction et il calcule  $54-28$ .  
*Problème de soustraction*

- Cf le Document d'accompagnement :  
« Mathématiques : articulation école /collège », pages 1 et 2 :  
« Sur le long temps de l'apprentissage, ces problèmes sont d'abord résolus à l'aide de procédures personnelles, avant d'être résolus par des procédures expertes. (...) Les mêmes types de problèmes peuvent donc être proposés à l'école et au collège ; ce sont les procédures de traitement qui évoluent. »